

基于改进两步正则化算法的磁粒子 成像重建方法研究

汤云东¹, 刘 术¹, Rodolfo C. C. Flesch², 金 涛³

(1. 福州大学物理与信息工程学院, 福建福州 350108; 2. 桑塔卡塔琳娜联邦大学自动化与系统系, 弗洛里亚诺波利斯 88040-900;
3. 福州大学电气工程与自动化学院, 福建福州 350108)

摘 要: 磁粒子成像(Magnetic Particle Imaging, MPI)是一种利用磁性纳米粒子非线性磁化响应实现高时空分辨率的成像技术,而MPI图像重建方法则可实现将测量得到的电压分布转换为可视的磁粒子浓度分布. 现有系统矩阵法可较可靠地实现成像视场中单一浓度磁性颗粒图像重建,而对于不同浓度情况的图像重建则可采用两步正则化算法进行成像. 然而,以往两步正则化算法因重建过程分成两步而增加了重建时长,同时筛选频率分量时通常只考虑了系统矩阵计算的信噪比,而未充分考虑实测电压信号的噪声因素. 为改善这些问题,本文提出了基于ESD(Energy Spectral Density)特性和L曲线法优化的改进两步正则化算法,其可根据测量电压信号的ESD特性对频率分量进行降序排列,并根据压缩率筛选频率分量,以选出噪声水平低的频率分量从而减少噪声. 同时,频率分量的减少也可使得重建时间的有效减少. 此外,正则化过程中利用L曲线法选取最优正则化参数,也可一定程度减少重建过程中产生的噪声. 仿真实验结果表明本文所提的算法在压缩率为0.6的情况下,重建图像质量在SSIM(Structure Similarity Index Measure)和NRMSE(Normalized Root Mean Square Error)上相比传统两步正则化算法分别提升了56.4%和22.3%,重建时间则缩短了39.8%. 同时,实测结果也表明,本文的算法对于重建质量有所提升. 当压缩率从1减小至0.1的过程中,重建质量无明显变化,但重建时间明显缩短.

关键词: 磁粒子成像; Tikhonov 正则化; Kaczmarz 迭代法; 能量谱密度; L曲线法

基金项目: 国家自然科学基金(No.62071124); 巴西国家技术发展委员会(No.315546/2021-2)

中图分类号: TP391; R3

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2024)10-0001-13

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20240084

Research on Magnetic Particle Imaging Reconstruction Method Based on an Improved Two-Step Regularization Algorithm

TANG Yun-dong¹, LIU Shu¹, FLESH Rodolfo C. C.², JIN Tao³

(1. College of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350108, China;

2. Department of Automation and Systems Engineering, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis 88040-900, Brazil;

3. College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350108, China)

Abstract: Magnetic particle imaging (MPI) is an imaging technique that utilizes the nonlinear magnetization response of magnetic nanoparticles to achieve high spatiotemporal resolution. The MPI image reconstruction method can convert the measured voltage distribution into the magnetic particles concentration distribution with visible image. The existing system matrix method can reliably reconstruct images for single concentration magnetic particles in the imaging field of view, while two-step regularization algorithm can be used for the image reconstruction under different concentration conditions. However, traditional two-step regularization algorithm increased the reconstruction time due to the two-step reconstruction process. Furthermore, it usually only considered the signal-to-noise ratio calculated by the system matrix during selecting frequency components but not fully considered the noise factor of the measured voltage signal. To address these issues, this paper proposes an improved two-step regularization algorithm based on the ESD (Energy Spectral Density) characteristics and L-curve optimization. This method can sort in descending order for frequency components by the ESD characteristics of measured voltage signal, and reduces the noise by selecting the frequency components with low noise levels af-

ter screening frequency components based on compression ratio. Meanwhile, the reduction of frequency components can also effectively reduce the reconstruction time for MPI image. In addition, the regularization process selects the optimal regularization parameters by using the L-curve method, and can also reduce the noise generated during the reconstruction process to a certain extent. The experimental results show that the proposed method by this study can improve the reconstructed image quality by 56.4% in SSIM (Structure Similarity Index Measure) and by 22.3% in NRMSE (Normalized Root Mean Square Error) under a compression rate of 0.6 with respect to traditional two-step regularization algorithms. In addition, the reconstruction time can be shortened by 39.8% compare to the traditional case. Meanwhile, the measured results also show that the proposed algorithm can help to improve the quality of reconstruction, and can also significantly shorten the reconstruction time with the similar quality when the compression ratio decreases from 1 to 0.1.

Key words: magnetic nanoparticle imaging; Tikhonov regularization; Kaczmarz algorithm; energy spectral density; L-curve method

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.62071124); Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (BR) (CNPq) (No.315546/2021-2)

1 引言

磁粒子成像技术 (Magnetic Particle Imaging, MPI) 首次由飞利浦实验室的研究人员 Gleich 与 Weizenecker 在 2005 年提出^[1]. 该技术利用超顺磁性氧化铁纳米粒子^[2] (Super Paramagnetic Iron Oxide Nanoparticles, SPIONs) 作为示踪剂, 并通过定量检测粒子的浓度和空间分布来对被检测物体进行成像. 相比以往的断层成像技术, MPI 技术具有高时间分辨率、高空间分辨率、高灵敏度, 以及快速成像等优点. 因此, MPI 在血管成像^[3]、靶向药物递送^[4]、肿瘤检测^[5] 和细胞示踪^[6] 等方面具有广阔的应用前景. MPI 技术测量得到的电压信号并不能直接用于可视化^[7], 故而需将其进行重建转换成粒子浓度分布信号. 因此, 重建方法研究是 MPI 成像技术中至关重要的一个环节.

MPI 技术早期一般通过系统矩阵法实现图像重建, 该方法需求解由系统矩阵构成的线性方程组. 基于系统矩阵的 MPI 重建属于不适定问题, 故而一般采用 Tikhonov 正则化进行处理并利用奇异值分解求解矩阵方程, 从而完成重建^[8]. 然而, 这种方法并没有考虑到粒子浓度的非负实数特征. 文献[9]提出采用 Kaczmarz 迭代方法 (也称为 Algebraic-Reconstruction Technique, ART) 来求解系统矩阵成像方法构建的矩阵方程, 通过在每个迭代周期中将虚值和负值设置为零来实现对粒子分布增加非负实数的约束条件, 进而改善重建图像质量. Knopp 等人^[10] 则提出用系统矩阵行能量平方的导数作为权值进行加权, 提高了重建图像分辨率的同时, 也加快了 Kaczmarz 方法等迭代算法收敛并缩短了重建时间. 尽管通过加权加快了迭代收敛, 减小了重建时间, 但获取系统矩阵却需占用了较多的时间. 鉴于此, 文献[11]提出了 X-space 重建法, 此方法避开了繁琐的求解系统矩阵过程, 将图像重建看作是 SPIONs 浓度分布函数与点扩散函数之间的卷积, 从而提高了图像重建的速度. 不足的是, 该方法是基于设定的理想条

件, 所以信噪较差. 因此实际情况中常用的是系统矩阵法. 但系统矩阵数据量大, 因而求解矩阵方程复杂度较大且重构时间长. 为提高重构效率, Rahmer 等人^[12] 提出了基于系统矩阵信噪比的频率筛选方法, 此方法通过计算系统矩阵频率分量的信噪比, 并设定阈值筛掉一些低信噪比数据来减少数据量, 加快了重建速度并且改善了重建质量. 尽管如此, 以往这些方法仅考虑理想动态范围, 即只存在单样品和单浓度模型的情况. 文献[13, 14]的研究指出, 现有的重建技术针对存在多种浓度成像视场的重建问题仍具有一定的挑战性, 即实际情况中示踪剂浓度可能变化几个数量级. 例如, 体内实验时, 高浓度的示踪剂存在于大量的血液中, 而在一些器官中示踪剂的浓度却较低. 针对该问题, 文献[15]指出提出了两步正则化重构算法, 来改善视场存在不同浓度时重建数据产生伪影的情况. 此方法将高浓度和低浓度的重建步骤分开, 分别进行正则化重建后合并, 最后得到实际的重建浓度分布. 然而, 这种方法重建过程中使用的正则化参数并不一定最优, 导致了重建质量的不稳定性. 而且, 其使用的预处理信号方法是通过基于系统矩阵计算的信噪比来进行频率筛选, 但这种预处理忽略了测量信号中存在的噪声问题. 此外, 该方法将重建过程分为了两步, 因此增加了整体重建时间.

本文引入能量谱密度 (Energy Spectral Density, ESD) 特性和 L 曲线法来克服现有两步正则化重构算法的不足, 以充分考虑实测电压信号的噪声因素影响并同时减少 MPI 图像重建时间. 因此, 本文利用 ESD 特性筛选出低噪声的测量电压信号频率分量, 以减少测量电压信号中噪声的影响. 此外, 通过这一步的频率分量筛选, 降低了系统矩阵和测量电压信号的尺寸大小, 从而在一定程度上减少图像重建所需的时间, 进而加快了重建速度. 而 L 曲线法则用于选取两个重建步骤的最优正则化参数从而减少重建过程中的噪声. 而此外,

图像的压缩率不仅涉及重建质量,也同样影响重建时间.因此,本文也研究了ESD特性中的压缩率参数对重建质量和重建速度的影响行为.

2 MPI成像理论

2.1 SPIONs非线性磁化信号

MPI成像是基于SPIONs对于外加交变激励磁场的非线性磁化响应完成的.交变磁场中非饱和状态下的粒子磁化强度会随交变磁场的变化而变化,而饱和状态下粒子的磁化强度则保持较为稳定的值^[16].SPIONs的磁化响应可以用郎之万函数来描述^[17],表达式如下:

$$M = m_s c L(\alpha) = m_s c \left(\coth(\alpha) - \frac{1}{\alpha} \right) = c M_{\text{unit}} \quad (1)$$

其中, $m_s = \pi d^3 M_s / 6$, M_s 为单个SPIONs的饱和磁矩, c 为粒子浓度, $L(\alpha)$ 为郎之万方程, M_{unit} 为单位浓度磁化强度, $\alpha = m_s \mu_0 H / k_B T$ 为郎之万参数, H 为外加磁场, k_B 为波尔茨曼常数, T 为绝对温度, μ_0 为真空磁导率.

MPI成像系统一般包括选择场,激励场和接收线圈三个部分^[18].其中,固定梯度的梯度场作为选择场用于产生零磁场区(Field Free Region, FFR),使得区域内的粒子处于未饱和状态,而区域外则处于饱和状态.因此,外加激励场作用下,只有FFR内的粒子会随外界磁场变化而产生磁化响应^[19].此方法将某一时间的响应与视场中特定位置的粒子浓度联系起来,从而实现了空间编码.随时间变化的激励场与选择场的叠加,FFR的位置也随时间变化从而遍历整个成像视场,进而检测出整个视场内粒子浓度的磁化响应.其中,动态磁化强度 $M(r, t)$ 并不直接测量,而是通过接收线圈进而将其转换为较易测量的电压信号.具体响应原理图如图1所示.

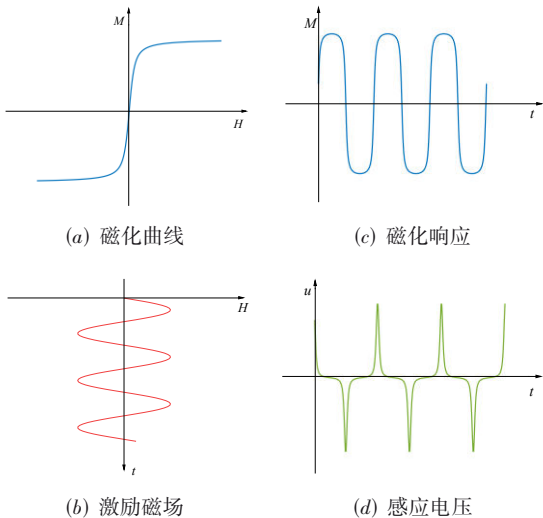


图1 SPIONs对外磁场的响应

2.2 MPI成像方法

目前MPI成像方法主要分为两种:X-space法和系统矩阵法.X-space法通过将图像表示为磁纳米颗粒的浓度分布函数和点扩散函数的卷积来实现成像.由于此方法不需要获取系统矩阵和求解线性方程组,因此其具有很强的鲁棒性和实时性以及实时重建的潜力.然而,X-space成像方法需满足三个理想的假设条件,但这些条件在实际情况中难以完全满足,导致X-space法信噪比较差.因此,本文将采用系统矩阵法进行重建,其原理如下:

利用接收线圈将磁化信号转换成电压信号,根据法拉第定律,检测得到的电压为

$$\begin{aligned} u(t) &= -\mu_0 \int_{\Omega} \frac{\partial M(r, t)}{\partial t} \cdot p(r) d^3 r \\ &= -\mu_0 \int_{\Omega} \frac{\partial M_{\text{unit}}(r, t)}{\partial t} \cdot p(r) c(r) d^3 r \end{aligned} \quad (2)$$

其中, Ω 为重建图像视场, $p(r)$ 为检测线圈的灵敏度.

将时间 t 离散化为 K 个时间点 $t_k, k=0, 1, \dots, K-1$, 粒子处于空间位置 $r_n, n=0, 1, \dots, N-1$ 处时,其浓度为 $c(r_n)$. 则电压信号近似为

$$\begin{aligned} u(t_k) &= -\mu_0 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\partial M_{\text{unit}}(r_n, t_k)}{\partial t} \cdot p(r_n) c(r_n) \Delta V \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{S}(r_n, t_k) c(r_n) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, ΔV 为处于位置 r_n 处的粒子体积, \mathbf{S} 为系统矩阵.考虑到系统矩阵法是基于频域的电压信号,故将上式中的电压转换到频域,并将其用线性方程组表示:

$$u = \mathbf{S}c \quad (4)$$

其中, $u \in \mathbf{C}^{M \times 1}$ 为频域电压信号, $\mathbf{S} \in \mathbf{C}^{M \times N}$ 为系统矩阵, $c \in \mathbf{C}^{N \times 1}$ 为粒子分布, M 代表转换到频域的频率分量数, N 为粒子空间编码点数.由式(4)可知,求浓度分布的问题实质上就是求解线性方程的问题.

2.3 Tikhonov正则化

通过上节可知,求解式(4)便可获得SPIONs浓度分布,但矩阵 \mathbf{S} 和电压 u 已知时求解未知的粒子浓度 c 并不能保证解存在的唯一性.因此,一般可采用最小二乘法进行求解,并最终获得一个最优近似解,但此方法的噪声放大受系统矩阵的条件数限制,当条件数较高时最小二乘解也可能具较高的相对误差^[20,21].而MPI的线性系统是病态的^[22],若采用最小二乘法将会失败.处理该问题的标准方法是在数据项上添加一个惩罚项,这些技术统称为正则化.最常用的正则化技术是Tikhonov正则化^[23,24]:

$$\underset{c}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{S}c - u\|_2^2 + \lambda \|c\|_2^2 \quad (5)$$

其中,正则化参数 λ 用于在噪声抑制和过度正则化之间取得很好的折中.

吉诺洪夫正则化方程一般广泛使用的迭代求解器是 Kaczmarz 方法^[25],通常也称为代数重建技术,其被证明收敛迅速,在实践中很快可完成收敛.其基于不动点迭代来完成计算,公式如下:

$$c^{l+1} = c^l + \frac{u_k - \langle \bar{s}_k, c^l \rangle_2}{\|s_k\|_2^2} \bar{s}_k \quad (6)$$

其中, l 代表迭代次数, u_k 表示测量电压信号的第 k 个频率分量, $\langle x, y \rangle_2 = \sum_{i=0}^{n-1} x_i y_i$ for $x, y \in \mathbf{C}^n$. 其中, s_k 表示系统矩阵 S 的第 k 个行向量, \bar{s}_k 则表示 s_k 经过转置的列向量, $\|\cdot\|_2^2$ 表示向量的 L_2 范数, c 表示浓度分布.

3 改进两步正则化算法

3.1 传统两步正则化算法

MPI 图像重建实质就是将测量电压信号还原成视场区域内粒子的空间分布.理想情况下,SPIONs 的浓度重构在不同位置之间是相互独立,即位置 $r1$ 处浓度的重构不会受到位置 $r2$ 处浓度影响.实际情况下,由于测量噪声和后续的正则化需求,导致某一像素的重建结果会依赖于相邻像素的值.特别在区域浓度存在较大差异时,高浓度粒子分布周围的像素值会产生具有低浓度的模糊信号,从而使重建数据产生伪影.此时,常用的 Tikhonov 重构算法并不足以解决该问题,并实现空间粒子浓度分布图像的高质量重构.两步正则化重建算法则可在一定程度解决该问题^[15],其将整个成像区域的粒子浓度 c 分为了高浓度 c_{high} 和低浓度 c_{low} : $c = c_{\text{high}} + c_{\text{low}}$,并根据成像方程将高低浓度和原始的测量信号进行关联.两步正则化算法需要用到两组正则化参数 P_{high} 和 P_{low} .具体的重建过程如下:

首先,利用 P_{high} 正则化参数重构大致的高浓度区域粒子 c ,其伴随着周围较低浓度的阴影.接着,利用阈值函数 $\phi_{\text{threshold}}$ 提取出精确的高浓度区域粒子 c_{high} .然后将 c_{high} 投影到原始数据空间中,得到高浓度区域的电压信号 u_{high} .通过高浓度区域电压信号和总测量电压信号可计算出低浓度区域的电压信号 u_{low} : $u_{\text{low}} = u - u_{\text{high}}$.

接着,利用 P_{low} 正则化参数重构低浓度区域粒子,最后将低浓度区域和高浓度区域组合起来,得到最终的重建结果 c_{final} .上述两步正则化重构浓度时,采用的是 Kaczmarz 迭代求解器,公式表示为

$$R_p(S, u) = \text{solve}_t(\arg \min \|Sc - u\|_2^2 + \lambda \|c\|_2^2) \quad (7)$$

其中, t 代表迭代次数, λ 代表正则化参数,下标 P 则表示由这两个参数组合起来的正则化参数组.

操作过程如算法 1:

算法 1 两步正则化重构算法

输入: 经过 SNR 特性筛选后的测量电压信号 u 和系统矩阵 S ,设定的阈值 T 以及两组正则化参数 P_{high} 和 P_{low}

输出: 重建的粒子浓度分布 c_{final}

BEGIN

1. $c = R_{P_{\text{high}}}(S, u)$

2. $c_{\text{high}} = \phi_{\text{threshold}}(c)$

3. $u_{\text{high}} = Sc_{\text{high}}$

4. $u_{\text{low}} = u - u_{\text{high}}$

5. $c_{\text{low}} = R_{P_{\text{low}}}(S, u_{\text{low}})$

6. RETURN $c_{\text{final}} = c_{\text{high}} + c_{\text{low}}$

END

3.2 基于 ESD 特性和 L 曲线法改进的两步正则化算法

3.2.1 测量信号的 ESD 特性

在处理重建问题时,噪声的存在会导致测量信号的不准确,进而导致重建质量的下降.但噪声并不能完全消除,因此为应对噪声放大的问题,通常可通过从线性系统中去除低信噪比的频率分量来减少系统矩阵的条件数,其中的信噪比特征序列仅仅是利用系统矩阵计算得到^[26].然而,这种处理方法并未考虑到测量电压信号中包含的噪声.因此,为了解决这个问题并进一步提高两步正则化法重建的效率,本文引入了能量谱密度(ESD)特征来评估测量信号中包含的噪声.

根据 Parseval 定理^[27],序列能量随频率的分布可以用 ESD 特征表示如下:

$$\text{ESD}(f) = |u(f)|^2 \quad (8)$$

其中, u 表示时域的测量电压信号经过离散傅里叶变换(Discrete Fourier, DFT)后的电压频率信号.实际测量得到的电压信号不仅包含粒子信号还包含了噪声信号: $u = u_p + u_n$,其中 u_p 表示所需的粒子信号, u_n 表示噪声信号.因此,实际测量信号的 ESD 特性可以描述为

$$\text{ESD}(f) = |u(f)|^2 = |u_p(f) + u_n(f)|^2 \quad (9)$$

噪声主要包括背景噪声和随机噪声.其中背景噪声信号是由激励磁场引起并且通过滤波器可以有效地被过滤掉,故本文仅考虑随机噪声.该噪声的噪声水平是平坦的,即其在各频率分量上的能量是均匀分布的^[28],不会因为频率的变化而有所改变.因此其噪声的 ESD 特性描述如下:

$$\text{ESD}_n(f) = |u_n(f)|^2 \approx L \quad (10)$$

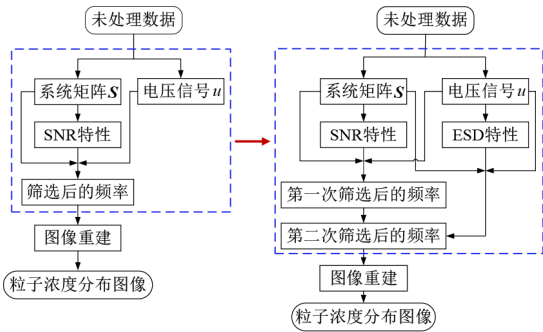
式中, L 表示测量信号某一频率分量的噪声能量.由式(9)和(10)可知,测量信号对应频率分量的信噪比可表示为

$$\frac{\text{ESD}(f)}{\text{ESD}_n(f)} \approx \frac{\text{ESD}(f)}{L} \propto \text{ESD}(f) \quad (11)$$

由式(11)可知,某一频率分量的信噪比与实际测得信号在该频率下的ESD特性成比例关系.此外,考虑到不同频率分量的噪声能量相同.因此,当实测信号的某一频率分量的能量较大,此频率分量对应的信噪比也较大.所以可以利用实测信号的能量谱密度(ESD)来评估每个频率分量中的随机噪声水平,而无需知道精确的噪声值.这样,选择高信噪比的测量信号频率分量时也可以直接利用ESD特性来描述:

$$f_{\text{ESD}} = \{f | \text{ESD}(f) \geq \sigma_{\text{ESD}}\} \quad (12)$$

该特性有利于在相应的测量信号中选择含有低噪声和有价值的频率分量,并适当减少系统矩阵尺寸.具体流程图如图2所示.



(a) SNR特性筛选重构流程 (b) SNR和ESD特性筛选重构流程
图2 根据特性筛选重构流程图

3.2.2 L曲线法

两步正则化算法中需用到两组正则化参数,而该参数主要用于约束加权运算从而调整所成图像质量.若正则化参数选取过大会降低噪声,但会因为信息丢失较多导致图像空间分辨率下降;选取过小则会导致所生成图像噪声较大,因而选取一个合适的正则化参数对不定方程组求解成像至关重要^[29].正则化方法通过寻求偏差函数和正则化函数的折中^[30],从而确定较为理想的正则化参数.其中,最常用的方法是L曲线法^[31].

此方法是以目标函数和对应的约束项函数分别为横纵坐标,从而得到一条参考曲线.换句话说,以正则化参数 λ 为未知量,分别以 $\lg\|c\|$ 和 $\lg\|Sc-u\|$ 为纵坐标和横坐标,绘制出拟合曲线,如图3所示,所成曲线形状近似为“L”形,需要找到曲线上曲率最大的点,此点对应的 λ 值即为折中后近似最优的正则化参数值^[32].

从图3可看出,当 λ 值较大时,其对应的解范数较小,对应的残差范数较大;当 λ 值较小时,其对应的解范数较大而残差范数较小.其中,曲率最大的点最大程度地平衡了解范数和残差范数,所以此点对应的正则化参数就是最优正则化参数^[33].

3.2.3 ESD特性改进的两步正则化重建算法

尽管两步正则化算法通过将重建分成了高浓度和

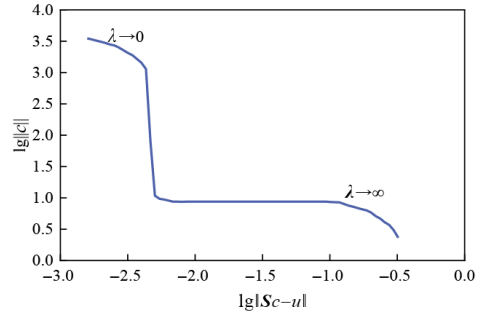


图3 L曲线法示例图

低浓度重建两步,从而减少了因某个像素依赖于相邻像素而导致较大浓度差异,继而改善了高浓度粒子分布周围的像素值产生具有低浓度的模糊信号的问题.然而,正则化过程中所使用的正则化参数并非最优以及测量信号本身就存在着噪声,导致最后重建图像的噪声还是较大.ESD特性通过分析信号的能量谱密度来判断信号噪声水平的高低.因此ESD特性可以被用来对频率分量进行筛选,选出噪声水平较低的频率分量,进而减少噪声的影响,从而提高重建质量.同时,因为减少了重建所使用的频率分量,所以也能减少重建所需时间,在一定程度上弥补因将重建步骤分为两步带来的重建时间延长的问题.L曲线法则可用于获取最优正则化参数,以平衡图像重建精度和噪声抑制能力.鉴于此,本文提出基于L曲线法和ESD特性的两步正则化算法来重建MPI图像,具体步骤如算法2所示:

算法2 通过ESD特性和L曲线改进的两步正则化重建算法

输入: 经过SNR特性筛选后的测量电压信号 u 和系统矩阵 S ,设定的阈值 T .L曲线法求出的正则化参数和迭代次数构成的两组正则化参数组 P_{high} 和 P_{low} 以及压缩率 $h=0.6$

输出: 重建的粒子浓度分布 c_{final}

BEGIN

1. $\text{ESD} = \{u(f)^2\}$
 2. $[\text{ESD}_{\text{ds}}, \text{idx}] = \text{sort}(\text{ESD}, \text{'descend'})$
 3. $n = \lceil m * h \rceil, \text{idx}_{\text{sort}} = \text{idx}(1:n)$
 4. $S_{\text{final}} = S(\text{idx}_{\text{sort}}), u_{\text{process}} = u(\text{idx}_{\text{sort}})$
 5. $c_{\text{pre}} = R_{P_{\text{high}}}(S_{\text{final}}, u_{\text{process}})$
 6. $c_{\text{high}} = \phi_{\text{threshold}}(c_{\text{pre}})$
 7. $u_{\text{high}} = S_{\text{final}} c_{\text{high}}$
 8. $u_{\text{low}} = u_{\text{process}} - u_{\text{high}}$
 9. $c_{\text{low}} = R_{P_{\text{low}}}(S_{\text{final}}, u_{\text{low}})$
 10. RETURN $c_{\text{final}} = c_{\text{high}} + c_{\text{low}}$
- END

改进两步正则化重建算法可进一步描述为:

第一步正则化+ESD特性处理测量电压信号:

(1) 计算经过信噪比特征序列筛选过后剩余的电压频率信号的ESD特征序列,即测量电压信号在频域

上的能量分布并对此进行分析,用于评估噪声水平:

$$\text{ESD} = \{u(f)^2\} \quad (13)$$

(2)为了更方便地筛选出高信噪比的频率分量,对计算出的ESD特征序列按降序重新排列,形成新的降序序列 ESD_d .同时,为了记录降序后频率分量对应原来的顺序,创建索引数组 idx :

$$[\text{ESD}_d, \text{idx}] = \text{sort}(\text{ESD}, 'descend') \quad (14)$$

(3)设定压缩率 $h=0.6$,计算出压缩后所需的最终频率数,从而利用此频率数得到压缩后的索引数组 idx_{sort} :

$$n = \lceil m \times h \rceil, \text{idx}_{\text{sort}} = \text{idx}(1:n) \quad (15)$$

其中, $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整, m 表示测量电压频率信号的原频率数, n 表示被筛选压缩后剩余的频率数;

(4)压缩后的索引数组 idx_{sort} 筛选出矩阵 \mathbf{S} 和电压 u 中更具有价值的频率分量.这一筛选过程有助于减少测量信号噪声的影响,并在一定程度上减少系统矩阵和电压信号的大小,进而加快矩阵方程组的求解速度:

$$\mathbf{S}_{\text{final}} = \mathbf{S}(:, \text{idx}_{\text{sort}}), u_{\text{process}} = u(\text{idx}_{\text{sort}}) \quad (16)$$

(5)ESD特性处理后得到的 $\mathbf{S}_{\text{final}}$ 、 u_{process} 以及L曲线法得到的高浓度重建正则化参数和迭代次数构成的高浓度正则化参数组 P_{high} 通过Kaczmarz迭代求解器求解出大致的高浓度 c_{pre} 分布:

$$c_{\text{pre}} = R_{P_{\text{high}}}(\mathbf{S}_{\text{final}}, u_{\text{process}}) \quad (17)$$

(6)阈值函数对 c_{pre} 进行处理,得到精确的高浓度粒子分布:

$$c_{\text{high}}: c_{\text{high}} = \phi_{\text{threshold}}(c_{\text{pre}}) \quad (18)$$

(7)高浓度分布与系统矩阵正向映射,求解出高浓度粒子对应的电压信号 u_{high} :

$$u_{\text{high}} = \mathbf{S}_{\text{final}} c_{\text{high}} \quad (19)$$

(8)根据测量的电压信号 u 和求解出的高浓度的电压信号 u_{high} ,求出低浓度电压信号 u_{low} :

$$u_{\text{low}} = u - u_{\text{high}} \quad (20)$$

第二步正则化:

(9)利用第一步正则化得到的低浓度电压信号 u_{low} 和利用ESD特性筛选频率后的系统矩阵 $\mathbf{S}_{\text{final}}$,首先通过L曲线法求出低浓度正则化参数,接着采用吉诺洪夫正则化求解出低浓度粒子分布 c_{low} :

$$c_{\text{low}} = R_{P_{\text{low}}}(\mathbf{S}_{\text{final}}, u_{\text{low}}) \quad (21)$$

(10)最后将 c_{high} 和 c_{low} 求和得到最终的浓度重建值 c_{final} :

$$c_{\text{final}} = c_{\text{high}} + c_{\text{low}} \quad (22)$$

4 实验及结果分析

4.1 仿真实验设置

为验证所提重构算法的可行性,本文先通过模拟实验得到粒子浓度分布原始图像.编码区设计一个基

于圆形粒子分布的双样本浓度模拟模型,而后将两个不同浓度的样本放置在视场内,并设置好中心位置 center1 和 center2 、圆形半径 $r1$ 和 $r2$,以及粒子浓度 $c1$ 和 $c2$ 等.其中粒子粒径设置为12.5 nm.成像区域尺寸设置为 $40 \times 40 \text{ mm}^2$,间距为1 mm,共有 41×41 像素.其中, x, y 方向的梯度场均设置为 $2.5 \text{ T}/(\text{m} \cdot \mu_0)$,而激励场则均设置为 $55 \text{ mT}/\mu_0$.激励场频在 x 方向为25 kHz, y 方向为21 kHz,采样频率为2.5 MHz.此外,本文实验采用的硬件环境为具16 GB RAM的Intel(R) Core(TM) i7-9700处理器,软件环境为Matlab 2023b,操作系统为Windows 11.

图4展示了粒子浓度分布的原始图像.表1列出了本文实验设置的具体参数值.双浓度样品实验中,下侧样品在几组实验中都保持相同的200 mmol/L浓度,上侧样品浓度从200减至2 mmol/L.实验过程中设置算法的最大迭代次数为100,不同的浓度根据L曲线法采用其最优的正则化参数,并设好最优阈值,进而达到较好的重建效果.

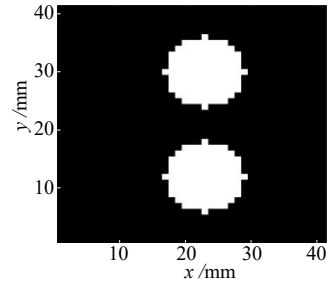


图4 双样品浓度模拟模型

表1 实验参数

参数	含义	数值	单位
center1	浓度分布圆心1	[12,23]	—
center2	浓度分布圆心2	[30,23]	—
r1	半径1	6	mm
r2	半径2	6	mm
K1	浓度分布组1	200 200	mmol/L
K2	浓度分布组2	100 200	mmol/L
K3	浓度分布组3	50 200	mmol/L
K4	浓度分布组4	25 200	mmol/L
K5	浓度分布组5	12 200	mmol/L
K6	浓度分布组6	6 200	mmol/L
K7	浓度分布组7	2 200	mmol/L

4.2 结果分析

为验证本文提出方法的可行性和有效性,对不同浓度组分别采用Tikhonov重构算法、两步正则化法,以及改进的两步正则化法进行成像,得到的成像结果如图5所示.为了更好地比较不同算法的重建质量,图5和图6的结果中使用了固定的压缩率0.6进行重建.这样的设计有助于更准确地评估不同算法之间的性能差

异. 从经典的Tikhonov重建算法重建图像可以看出,重建图像噪声较大,且当上下两侧浓度相差越大,大部分低浓度模糊信号集中在高浓度粒子分布周围,其主要是由于像素值之间的相互影响而导致高浓度粒子分布周围的像素值产生具有低浓度的模糊信号. 使用两步法后的重建结果中,这种现象中的低浓度模糊信号明显减少,但图像中仍存在较为明显的噪声. 这主要是由于测量信号中本身存在一定噪声,而且重建过程中也难以完全避免产生噪声. 当使用本文所提出的算法进行重建,图像噪声相比前面两种方法明显减弱,两个浓度分布的轮廓更加清晰. 然而,当样本浓度存在较大差异,尤其是当浓度分布为2:200时,低浓度粒子的信号较弱使其易与噪声混合在一起. 因此,筛除噪声的同时可能会将低浓度信息一同筛除,导致低浓度的部分信息丢失,并最终导致重建的浓度分布不完整.

为更加有效评估算法性能,本文将使用SSIM (Structure Similarity Index Measure)和NRMSE (Normalized Root Mean Square Error)评估重建图像的质量.

其中,SSIM值越大表示重建图像与原始图像的相似度越高,即重建质量越好;NRMSE值越小则表示重建图像与原始图像之间的差异越小,表明重建质量越好. 这两个参数的计算公式如下:

$$SSIM = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (23)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (X(i,j) - Y(i,j))^2}{MN}} \quad (24)$$

$$NRMSE = \frac{RMSE}{\max(Y) - \min(Y)} \quad (25)$$

其中,公式中 X 为重建图像矩阵, Y 代表原始图像矩阵, M 和 N 分别表示图像长度和宽度上的像素点数, MN 表示图像总的像素数量, μ_x, μ_y 分别表示 X, Y 中个像素值的均值; δ_x, δ_y 分别表示 X, Y 中各像素值的方差; $\delta_{x,y}$ 表示 X 和 Y 像素值之间的协方差; C_1, C_2 是两个常数,其是为了防止式子的分母为零; $\max(Y), \min(Y)$ 分别表示 Y 像素值的最大值和最小值,其作用是将均方根误差归一化.

如图6所示,相比经典Tikhonov重建算法,采用传统两步正则化法得到的重建图像的SSIM值较高,而本文所提两步法则将SSIM值约提升至这两者的4.4倍和1.5倍. 其中,两种两步法SSIM值随着浓度比增大,都有一个先增后减的过程. 其主要原因是当浓度比逐渐增大时,成像视场中开始出现不同浓度样本,两步法的优势体现出来. 但是,当浓度比增大过多时,低浓度样本信号的丢失会导致重建图像的结构相似性下降,从而使SSIM值减小. 在NRMSE方面,经典的Tikhonov重建算法值最大,大约是传统两步法的7.7倍以及改进两

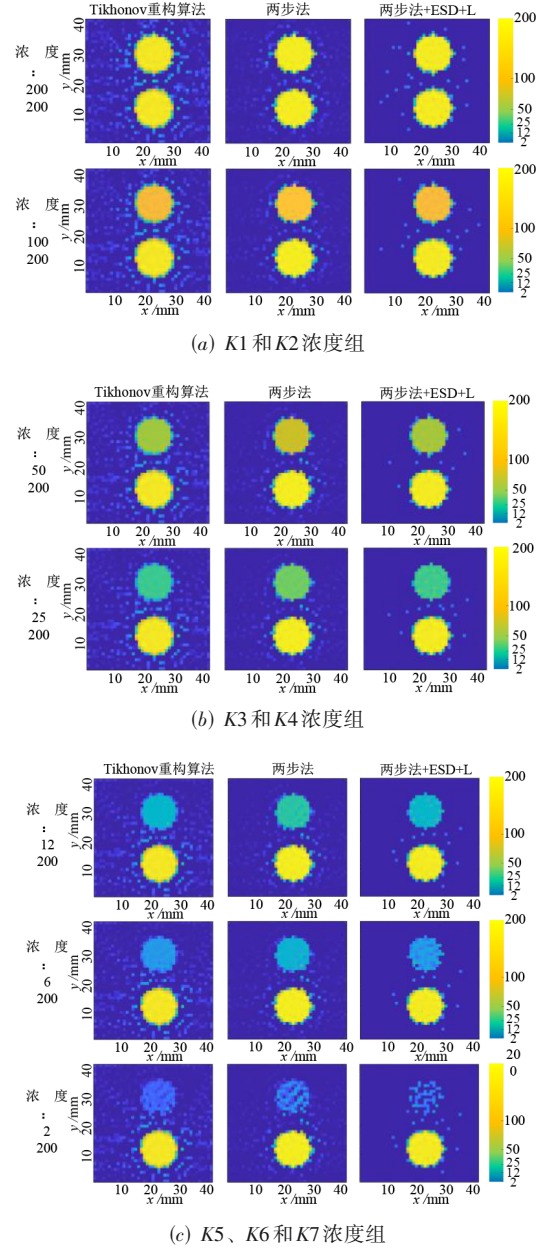
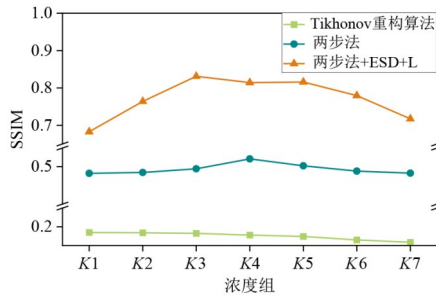


图5 七组浓度分布分别用三种算法的重建图

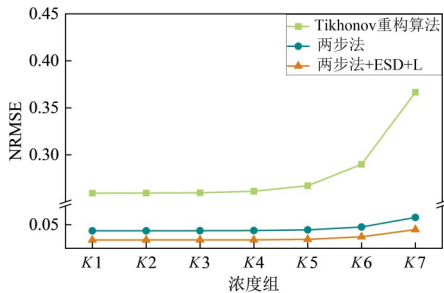
步法的6倍. 由此可知,本文所提基于L曲线法和ESD特性处理的两步正则化算法所得到的重建图像在质量上明显优于其他方法. 其中,不同浓度组利用改进两步正则化算法重建图像在SSIM和NRMSE值上平均相对于传统两步正则化算法分别改善了56.4%和22.3%.

4.3 实测数据

实测数据使用的是公开可获得的三维数据集,其是通过使用Bruker预临床MPI扫描仪获取的. 该3D系统矩阵是使用示踪剂Perimag(浓度为100 mmol/L)和尺寸为2 mm×2 mm×1 mm的Delta样本进行校准得到. 其中激励场频率设置为2.5 MHz/102×2.5 MHz/96×



(a) 重建图像的SSIM值



(b) 重建图像的NRMSE值

图6 三种算法的重建质量

2.5 MHz/99,并且此场的振幅设置为 $12 \text{ mT} \times 12 \text{ mT} \times 12 \text{ mT}$. 选择场梯度设置为 $(-1.0 \text{ T/m}) \times (-1.0 \text{ T/m}) \times 2.0 \text{ T/m}$. 其中采样点数总计 6 859 体素. 信号通过多次测量进行平均并进行傅里叶变换,再通过信噪比对其频率分量进行筛选,进而得到最终的系统矩阵 A . 因为本文主要探讨浓度相关的重建,所以使用的是实测数据中的浓度模型. 其中浓度模型中 8 个立方体填充不同的浓度,从 $100 \text{ mmol}(\text{Fe})/\text{L}$ 开始,每个立方体的浓度降低 1.5 倍,浓度分布模型图如图 7 所示.

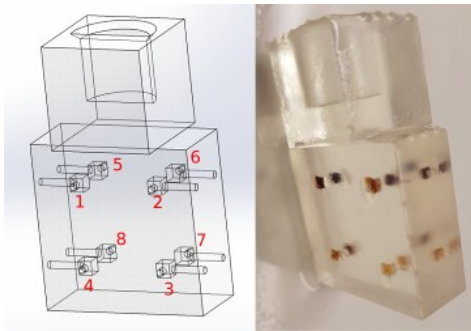
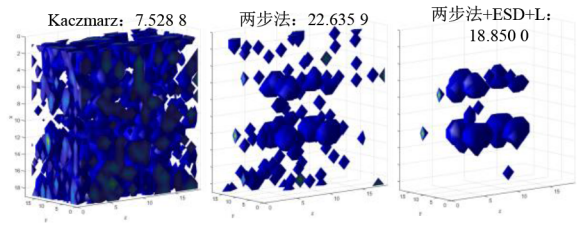


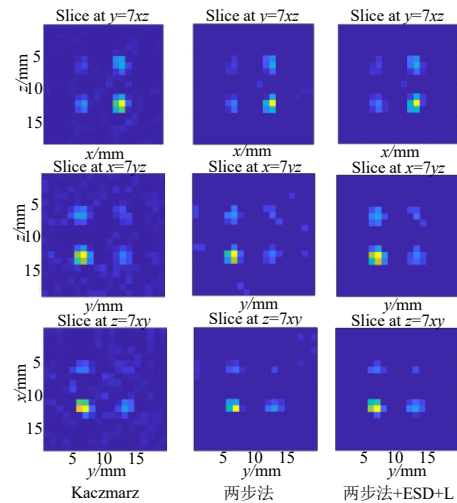
图7 浓度分布模型示意图

下面对实测的浓度分布模型数据进行重建,其中分别采用了 Kaczmarz 迭代法,两步法和本文所提出的改进的两步法重建方法. 实验所得的重建图像如图 8 所示. 图 8 中的浓度分布模型在层视图中显示,即三个二维图像,分别显示在 xy 、 xz 和 yz 平面上. 此外,我们还对浓度分布模型进行了三维重建,以更直观地展示其

整体结构和细节特征.



(a) 三种算法重建3D图



(b) 三种算法重建平面图

图8 实测数据三种方法重建图

为了更好地比较不同重建方法的重建质量,我们将改进方法中 ESD 的压缩率设置为 0.8. 从图 8(a) 和 8(b) 可以观察到 Kaczmarz 迭代法的重建质量最差,两步法相对于 Kaczmarz 迭代法的重建结果有所改善,而改进后的两步法则展示出了最佳的重建效果. 图 8(b) 中 3D 图的上方显示了三种不同重建算法的重建时长. 其中具体的数据为 Kaczmarz 方法的重建时长为 7.528 8 s,两步法重建时长为 22.635 9 s 以及在压缩率为 0.8 下的改进算法重建时长为 18.85 s. 从这些数据以及对重建图像的观察中可以了解到,虽然两步法在重建质量上有所改进,但是其重建时长有所增加. 此外,由于两步法中使用的正则化参数是随机确定的,因此无法保证所使用的正则化参数最优,并且测量电压信号中的噪声也未被考虑,这些因素都对重建结果产生了一定的影响. 为了克服这些局限性,我们提出了改进的两步法. 该方法采用 L 曲线法确定最优正则化参数以确保重建质量的稳定性. 同时采用 ESD 特性筛选频率分量,实现对测量电压信号的降噪. 此外由于频率分量的减少,改进方法的重建时间也相应缩短,有效弥补了因两步重建带来的重建时长增加的问题. 其中压缩率对于重建

质量和重建时间的影响也值得探讨. 通过调整压缩率, 我们可以进一步优化改进的两步法的性能, 进而平衡好重建质量和重建时间.

5 讨论

本部分主要讨论利用ESD特性进行压缩时所使用的压缩率对重建质量和重建时间的影响, 主要从两个方面展开, 分别是基于仿真数据和实测数据的分析. 本文压缩率是指经过压缩处理后所剩的频率数占未处理原始频率数的比例, 故而压缩率越小意味着剩余的频率数越少. 本文为更好比较不同算法的重建质量, 将压缩率设置为常数0.6, 然而利用ESD特性筛选时的压缩率是影响图像重建质量的一个重要因素. 接下来, 本文将从两个图像质量指标来探讨压缩率对重建质量的影响效果, 从而更好地理解 and 评估不同压缩率在图像重建过程中的表现.

图9展示了SSIM值在不同浓度下随压缩率变化的

情况. 不同浓度分布下, 压缩率从1减小到0.8而SSIM值都保持相对稳定, 甚至出现了SSIM值随压缩率减小而略微增加. 如图10所示, 压缩率从1减小到0.8的过程中, NRMSE值也同样保持较为稳定状态. 其主要原因是尽管压缩率减小导致了频率分量减少, 但测量信号中噪声也随之减少. 然而, 压缩率进一步减少至0.8以下时, SSIM值明显下降, NRMSE也随压缩率减小逐步增大. 该现象主要归功于压缩率过低, 使得过多的频率分量被筛掉, 进而导致信号部分重要信息缺失. 换言之, 重建质量受损将导致图像质量指标变差. 值得关注的是, 压缩率从0.8下降至0.6的区间内, 该算法对应的SSIM值均大于0.6且NRMSE值保持较低水平, 即重建质量依然较好. 该现象得益于ESD特性处理有利于筛选出具有较高信息价值的频率分量, 使得压缩率进一步降低而重建图像的质量依然良好. 该结果也进一步验证了本文所提算法的有效性和稳健性.

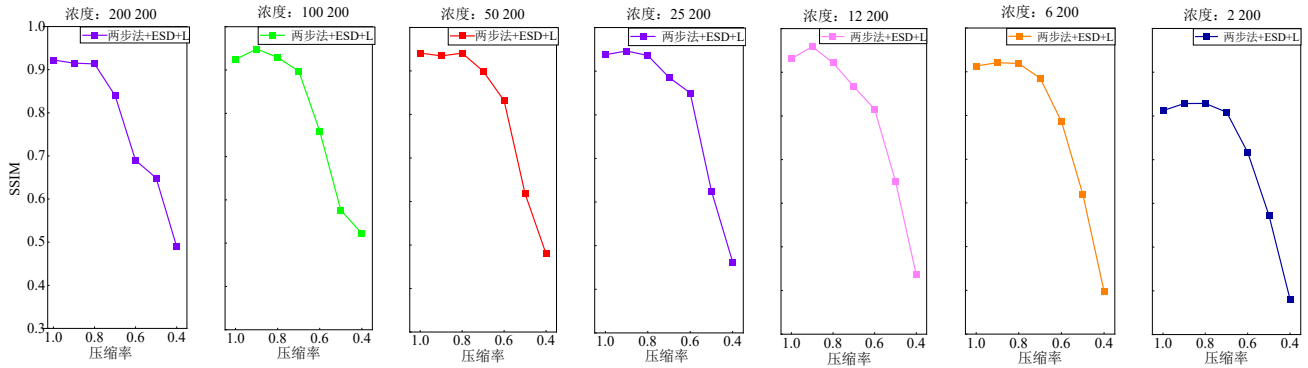


图9 浓度组在不同压缩率下基于L曲线法和ESD特性处理的两步正则化法的SSIM值

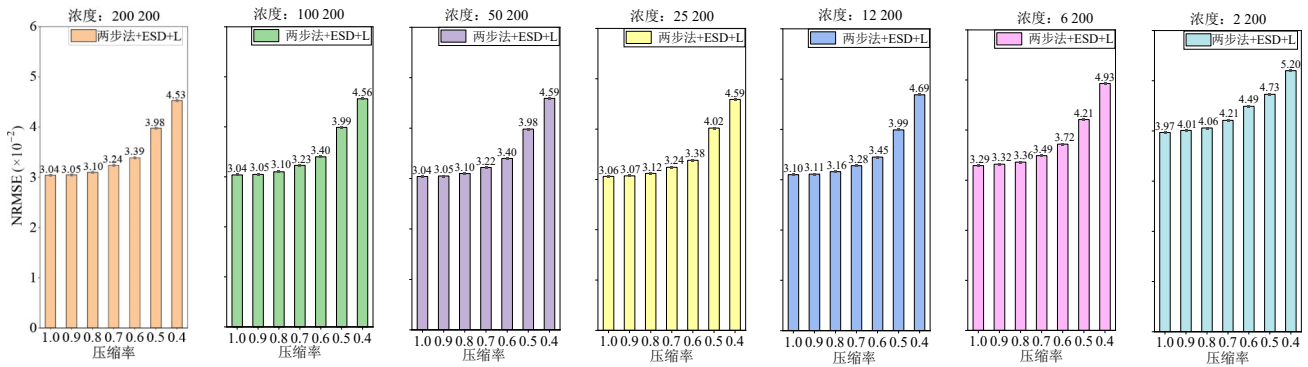


图10 浓度组在不同压缩率下基于L曲线法和ESD特性处理的两步正则化法的NRMSE值

压缩率不仅影响图像重建质量, 也同样影响图像重建时间. 由图11可知, 压缩率减小导致重建时间明显缩短, 其中压缩率为0.6的平均重建时间相对于未压缩情况减少了39.8%. 其主要原因是压缩过程筛选了图

像的某些频率分量, 从而减小了系统矩阵和测量电压信号的尺寸, 进而加速了解线性方程组的速度, 最终减少了图像重建的时间. 因此, 压缩图像时需在建时间和重建质量之间进行权衡, 即高压压缩率可提供较优

重建质量但增加重建时间,而低压缩率可加快重建速度但会牺牲部分图像信息. 总之,压缩率的择优同样也是重建图像需的关键因素.

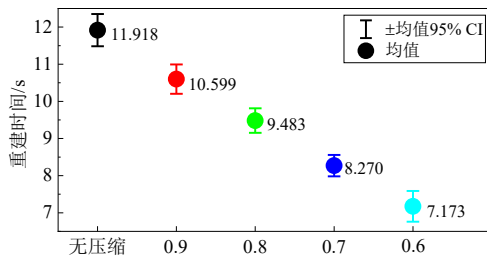


图 11 改进两步正则化法浓度组在不同压缩率的重建时间分布

根据图 12 和表 2 所示数据,可以观察到不同压缩率对实测数据重建质量和重建时间的影响. 在压缩率达到 0.1 之前,重建图像质量变化并不显著,但重建时间明显缩短. 当压缩率继续降低到 0.05 时,可以观察到重建质量有所下降;而当压缩率进一步减小至 0.01 时,重建质量显著降低. 这是因为过低的压缩率导致了重建频率数过度减少,从而影响了重建质量. 因此,在选择适当的压缩率时,我们应权衡重建质量与重建时间之间的关系. 对于此实测数据可以优先考虑在 0.1 之前的范围内,因为在此范围内重建质量更加稳定且兼顾较短的重建时间.

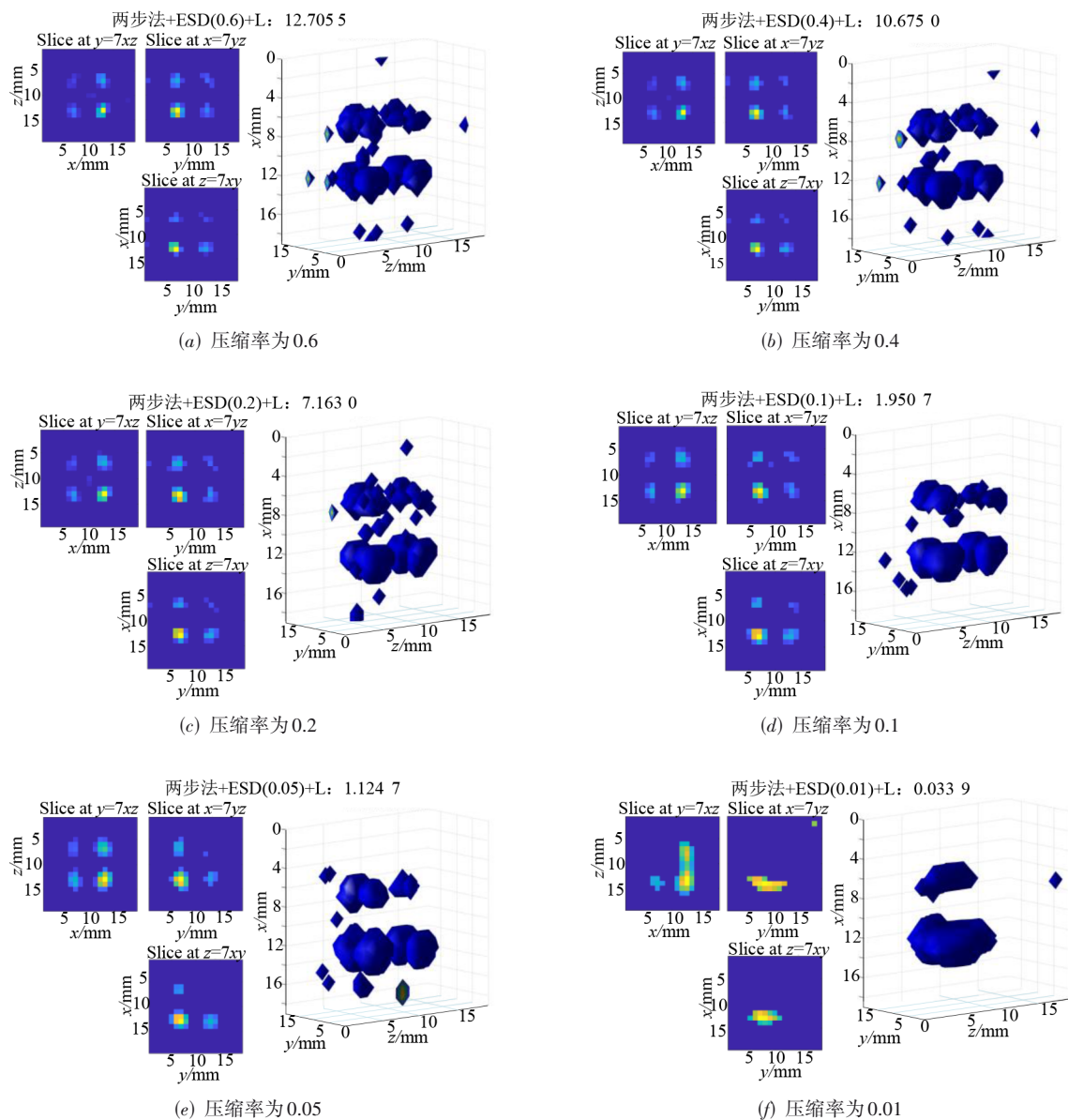


图 12 实测数据在不同压缩率下基于 L 曲线法和 ESD 特性处理的重建图像

表2 实测数据不同压缩率下的重建时间

压缩率	重建时间/s
0.8	18.850 0
0.6	12.705 5
0.4	10.675 0
0.2	7.613 0
0.1	1.950 7
0.05	1.124 7
0.01	0.033 9

综上,基于L曲线法和ESD特性处理的两步正则化算法在重建图像质量方面展现出明显的优势.这是因为经过ESD特性处理后,适当压缩率下能够有效降低噪声并减少重建数据量,从而加快重建速度.而L曲线法能够选择出最优的正则化参数,进一步提高正则化重建的质量.这两种方法在一定程度上都有助于提高图像的重建质量,为进一步改进和优化图像重建方法提供了有价值的参考.

6 结论

本文在两步正则化重构算法的基础上,提出了L曲线法和ESD特性处理两步正则化的方法.虽然相较于经典的Tikhonov重构算法,两步正则化重构法通过将重建步骤分为高低浓度重建两步解决了在高浓度粒子分布周围的像素值会产生具有低浓度的模糊信号.因此其在处理浓度差较大的磁性颗粒分布时显示出更好的重建效果.然而,该重构方法仍然面临噪声问题.为了解决这一问题从而提高重建图像质量,所以本研究在正则化重建过程中引入ESD特性和L曲线法.其中利用ESD特性选出具有低噪声水平和更高价值的频率分量一定程度上减少了测量电压信号的噪声和重建时间.L曲线法可以帮助两个正则化取得最优的正则化参数,减少重建过程中产生的噪声.这两个处理过程都可以有效减少噪声从而提高重建图像的质量.另外,由于频率分量的减少,还可以缓解由重建步骤增加导致的重建速度减慢的问题.实验结果表明基于L曲线法和ESD特性处理的两步正则化算法在重建图像的质量方面表现出显著的优势.其主要体现在不同浓度组下利用改进两步正则化算法进行重建的图像相比传统两步正则化算法,在SSIM和NRMSE值上的改善幅度分别达到了56.4%和22.3%.该结果表明改进算法能够更准确地恢复原始图像,减小了重建图像与原始图像之间的差异.此外,通过实验还发现,在压缩率减小的情况下,重建时间显著缩短.具体来说,当压缩率设定为0.6时,相对于未压缩情况,平均重建时间减少了39.8%.

这说明在较低压缩率下,系统能更高效地完成图像重建过程,从而适当的节约了重建时间.因此,本文提出的改进算法不仅在图像重建质量参数方面表现良好,还可通过选取适当的压缩率,减少重建时间.尽管如此,MPI重建方面仍存在进一步的改进空间,而深度学习作为人工智能的重要组成部分将会成为提升MPI重建的有效技术手段.

参考文献

- [1] GLEICH B, WEIZENECKER J. Tomographic imaging using the nonlinear response of magnetic particles[J]. *Nature*, 2005, 435: 1214-1217.
- [2] WEIZENECKER J, GLEICH B, RAHMER J, et al. Three-dimensional real-time in vivo magnetic particle imaging[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2009, 54(5): L1-L10.
- [3] MASON E E, MATTINGLY E, HERB K, et al. Functional magnetic particle imaging (fMPI) of cerebrovascular changes in the rat brain during hypercapnia[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2023, 68(17): 175032.
- [4] AJAYI T O, LIU S T, ROSEN C, et al. Application of magnetic particle imaging to evaluate nanoparticle fate in rodent joints[J]. *Journal of Controlled Release*, 2023, 356: 347-359.
- [5] PARK S J, HAN S R, KANG Y H, et al. In vivo preclinical tumor-specific imaging of superparamagnetic iron oxide nanoparticles using magnetic particle imaging for cancer diagnosis[J]. *International Journal of Nanomedicine*, 2022, 17: 3711-3722.
- [6] REMMO A, LÖWA N, KOSCH O, et al. Cell tracking by magnetic particle imaging: Methodology for labeling THP-1 monocytes with magnetic nanoparticles for cellular imaging[J]. *Cells*, 2022, 11(18): 2892.
- [7] IRFAN M, DOGAN N, DOGAN O M, et al. Development of magnetic particle imaging (MPI) scanner for phantom imaging of tracer agents[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2022, 58(8): 5300206.
- [8] KNOPP T, BIEDERER S, SATTEL T, et al. Singular value analysis for magnetic particle imaging[C]//2008 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record. Piscataway: IEEE, 2008: 4525-4529.
- [9] SATTEL T F, KNOPP T, BIEDERER S, et al. Single-sided device for magnetic particle imaging[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2009, 42(2): 022001.
- [10] KNOPP T, RAHMER J, SATTEL T F, et al. Weighted iterative reconstruction for magnetic particle imaging[J].

- Physics in Medicine and Biology, 2010, 55(6): 1577-1589.
- [11] GOODWILL P W, SARITAS E U, CROFT L R, et al. X-space MPI: Magnetic nanoparticles for safe medical imaging[J]. *Advanced Materials*, 2012, 24(28): 3870-3877.
- [12] RAHMER J, WEIZENECKER J, GLEICH B, et al. Analysis of a 3-D system function measured for magnetic particle imaging[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2012, 31(6): 1289-1299.
- [13] FRANKE J, HEINEN U, LEHR H, et al. System characterization of a highly integrated preclinical hybrid MPI-MRI scanner[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2016, 35(9): 1993-2004.
- [14] Herz S, Vogel P, Kampf T, et al. Selective signal suppression in traveling wave MPI: Focusing on areas with low concentration of magnetic particles[J]. *International Journal on Magnetic Particle Imaging*, 2017, 3(2): 1709001.
- [15] BOBERG M, GDANIEC N, SZWARGULSKI P, et al. Simultaneous imaging of widely differing particle concentrations in MPI: Problem statement and algorithmic proposal for improvement[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2021, 66(9): 095004.
- [16] PANAGIOTOPOULOS N, DUSCHKA R L, AHLBORG M, et al. Magnetic particle imaging: Current developments and future directions[J]. *International Journal of Nanomedicine*, 2015, 10: 3097-3114.
- [17] MOHAPATRA J, NIGAM S, GEORGE J, et al. Principles and applications of magnetic nanomaterials in magnetically guided bioimaging[J]. *Materials Today Physics*, 2023, 32: 101003.
- [18] HARVELL-SMITH S, TUNG L D, THANH N T K. Magnetic particle imaging: Tracer development and the biomedical applications of a radiation-free, sensitive, and quantitative imaging modality[J]. *Nanoscale*, 2022, 14(10): 3658-3697.
- [19] YANG X, SHAO G Q, ZHANG Y Y, et al. Applications of magnetic particle imaging in biomedicine: Advancements and prospects[J]. *Frontiers in Physiology*, 2022, 13: 898426.
- [20] RACHKOVSKIJ D A, REVUNOVA E G. A randomized method for solving discrete ill-posed problems[J]. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2012, 48(4): 621-635.
- [21] YU Y K, YANG L, SHEN Y Z, et al. An iterative and shrinking generalized ridge regression for ill-conditioned geodetic observation equations[J]. *Journal of Geodesy*, 2023, 98(1): 3.
- [22] KLUTH T. Mathematical models for magnetic particle imaging[J]. *Inverse Problems*, 2018, 34(8): 083001.
- [23] 骆睿, 刘莉, 佟瑞, 等. 基于Tikhonov正则化的高分辨率群时延测量与计算方法[J]. *电子学报*, 2019, 47(5): 1044-1048.
- LUO R, LIU L, TONG R, et al. High-resolution group delay measurement and calculation method based on Tikhonov regularization[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2019, 47(5): 1044-1048. (in Chinese)
- [24] CHEN X J, JIANG Z Q, HAN X, et al. Research of magnetic particle imaging reconstruction based on the elastic net regularization[J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2021, 69: 102823.
- [25] 申滨, 赵书锋, 黄龙杨. 基于Kaczmarz迭代的大规模MIMO系统低复杂度软输出信号检测[J]. *电子学报*, 2018, 46(11): 2746-2752.
- SHEN B, ZHAO S F, HUANG L Y. Low-complexity soft-output signal detection based on Kaczmarz method for uplink massive MIMO systems[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(11): 2746-2752. (in Chinese)
- [26] KNOPP T, HOFMANN M. Online reconstruction of 3D magnetic particle imaging data[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2016, 61(11): N257.
- [27] STOICA P, MOSES R L. *Spectral analysis of signals*[M]. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2005.
- [28] PAYSEN H, KOSCH O, WELLS J, et al. Characterization of noise and background signals in a magnetic particle imaging system[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2020, 65(23): 33086200.
- [29] LUKAS M A. Robust generalized cross-validation for choosing the regularization parameter[J]. *Inverse Problems*, 2006, 22(5): 1883-1902.
- [30] 王圣杰, 张晗, 杜朝辉. 尺度不变范数比正则的稀疏DOA估计[J]. *电子学报*, 2024, 52(1): 298-310.
- WANG S J, ZHANG H, DU Z H. Scale invariant norm ratio regularized sparse DOA estimation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2024, 52(1): 298-310. (in Chinese)
- [31] CULTRERA A, CALLEGARO L. A simple algorithm to find the L-curve corner in the regularisation of ill-posed inverse problems[J]. *IOP SciNotes*, 2020, 1(2): 025004.
- [32] YU D C, HWANG C, ZHU H Z, et al. The Tikhonov-L-curve regularization method for determining the best geoid gradients from SWOT altimetry[J]. *Journal of Geodesy*, 2023, 97(10): 93.

- [33] KERKRI A, ALLAL J, ZARROUK Z. The L-curve criterion as a model selection tool in PLS regression[J]. Journal of Probability and Statistics, 2019, 2019: 3129769.

作者简介



汤云东 男,1981年出生于福建省宁德市,现为福州大学物理与信息工程学院副研究员,博士生导师.主要研究方向为生物医学信息处理与系统等.

E-mail: tangyundong@fzu.edu.cn



刘 木 女,2000年12月出生湖北省荆州市.现为福州大学物理与信息工程学院研究生.主要研究方向为生物医学信息处理与系统.

E-mail: 221127073@fzu.edu.cn



鲁道夫 C.C. 弗莱施 男,1986年出生于巴西,现为桑塔卡塔琳娜联邦大学教授,博士生导师.主要研究方向为系统控制和自动化工程等.

E-mail: rodolfo.flesch@ufsc.br



金 涛 男,1976年出生湖北省宜昌市,现为福州大学电气工程与自动化学院教授,主要研究方向为智能信息处理及新能源电力电子技术等.

E-mail: jintly@fzu.edu.cn